Правительство Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования

"Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"

Общеуниверситетская кафедра высшей математики

Программа дисциплины

Математика (адаптационный курс)

для направления

подготовки бакалавра

Авторы ____Логвенков С.А., Панфилов И.И.______

Рекомендована секцией УМС
____
____
Председатель
____
____
«_____» __________________ 20__ г.

Одобрена на заседании кафедры

Зав. кафедрой

«____»__________________ 20__ г

Утверждена УС факультета
____
Ученый секретарь
____
« ____» ___________________20__ г.

Москва, 2011

Пояснительная записка

Авторы программы: к.ф.-м.н., доцент Логвенков С.А., к.ф.-м.н., доцент Панфилов И.И.

Требования к студентам: Курс «Математика (адаптационный курс)» предназначен для студентов бакалавриата факультета государственного и муниципального управления. Учебная дисциплина “ Математика (адаптационный курс) ” не требует предварительных знаний, выходящих за рамки программы общеобразовательной средней школы.

Аннотация: Настоящая программа предназначена для оказания помощи студентам 1 курса в освоении базового курса "Алгебра, анализ и основы математического моделирования" как основы дальнейшего развития специалиста и личности.

Математические методы находят все более широкое применение в современной практике анализа, прогноза и планирования в различных социально-экономических областях. В настоящее время математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также элементом общей культуры. Математическое образование должно быть направлено на воспитание у студентов умения логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и использовать математические методы в практической деятельности.

Учебная дисциплина содержит основы математических знаний, базовые элементы математических моделей и методов, необходимые современному специалисту для рационального представления и осмысления данных о реальных объектах, явлениях, процессах социально-экономической природы. Адаптационный курс состоит из нескольких почти самостоятельных разделов, согласованных с соответствующими разделами параллельно читаемого курса "Алгебра, анализ и основы математического моделирования" . Это элементы линейной алгебры и аналитической геометрии, введение в математический анализ, дифференциальное и интегральное исчисления функций одной и нескольких переменных, элементы дифференциальных уравнений. В каждом из этих разделов по результатам решения задач преподавателем выделяются наиболее сложные для восприятия части, которые в дальнейшем более детально рассматриваются, что способствует лучшему усвоению основного курса.

Учебная задача курса: Задачей курса является помощь в ознакомлении студентов с наиболее трудными для восприятия понятиями современной математики.

Студенты должны научиться владеть современным математизированным профессиональным языком, принятым в мировом научном и деловом сообществе, научиться видеть те конкретные вопросы в указанных областях, применение математического инструментария в которых даст позитивный профессиональный рост.

Бакалавр должен иметь представление о значительном числе математических понятий, что даст ему возможность корректно применять математические методы в практической деятельности и позволит достаточно успешно повышать свою квалификацию.

Тематический план учебной дисциплины

№	Наименование разделов	Аудиторные часы Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	**Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.** Основы аналитической геометрии и линейные пространства.	1	2	3	6
2	Матрицы.	1	2	3	6
3	Системы линейных уравнений.	1	2	3	6
4	Собственные векторы и собственные значения матриц.	1	2	3	6
5	**Математический анализ. Функции одной переменной**, основы теории пределов, непрерывность.	1	2	3	6
6	Дифференциальное исчисление.	1	2	3	6
7	Интегральное исчисление.	1	2	3	6
8	**Математический анализ. Функции нескольких переменных**, основы теории пределов, непрерывность.	1	2	3	6
9	Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление.	1	4	4	9
10	Экстремумы функций нескольких переменных.	1	4	4	9
11	**Основы дифференциальных уравнений**.	2	4	4	9
12	**Основы математического моделирования.**	1	4	4	9
	ИТОГО	***14***	***30***	***40***	***84***

Формы контроля. Формирование итоговой оценки.

По курсу предусмотрен один зачёт, который проводится в конце третьего модуля в письменной форме. Время написания 120 минут. Оценка "зачтено" ставится в случае правильного выполнения 40% зачётного задания.

Базовые учебники.

1. Красс М. С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.
2. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1998.

Основная литература.

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник. М.: Высшая школа, 1998.
2. Красс М. С. Математика для экономических специальностей: Учебник. М.: ИНФРА-М, 1998.
3. Письменный Д.Т. Высшая математика. 100 экзаменационных ответов. 1 курс. Домашний репетитор для студентов. М.: Рольф: Айрис-пресс, 1999.
4. Шипачев В.С. Основы высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1998.
5. Логвенков С.А., Мышкис П.А., Самовол В.С. Сборник задач по алгебре. Учебное пособие для факультетов менеджмента, политологии и социологии: Сайт ГУ-ВШЭ. 2009.
6. Логвенков С.А., Мышкис П.А., Самовол В.С. Сборник задач по математическому анализу. Функция одной переменной. Учебное пособие для факультетов менеджмента, политологии и социологии: Сайт ГУ-ВШЭ. 2009.
7. Логвенков С.А., Мышкис П.А., Самовол В.С. Сборник задач по математическому анализу. Функция многих переменных. Учебное пособие для факультетов менеджмента, политологии и социологии: Сайт ГУ-ВШЭ. 2009.

Дополнительная литература.

1. Бугров Я.С. Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учебник. М.: Наука, 1988.
2. Бугров Я.С. Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебник для вузов. М.: Наука, 1988.
3. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии: Учебное пособие. М.: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.
4. Волкова И.О., Крутицкая Н.Ч., Шагин В.Л. Математический анализ (с экономическими приложениями). Функции одной переменной. М.: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.
5. Высшая математика для менеджера: Учебное пособие для вузов / Под ред. В.В. Лебедева. М.: Финстатинформ, 1999.
6. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов / Под ред. Н.Ш. Кремера. М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1998.
7. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов / Под ред. Б.П. Демидовича. М.: Наука, 1978.
8. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в

экономике: Учебник. М.: Дело и Сервис, 1999.
9. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. Ч.1. и 2. М.: Изд-во МГУ, 1985 и 1987.
10. Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов: Учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 1998.
11. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1989.
12. Кустов Ю.А., Юмагулов М.Г. Математика. Основы математического анализа: теория, примеры, задачи. Домашний репетитор для студентов. М.: Рольф: Айрис-пресс, 1998.
13. Малыхин В.И Математика в экономике: Учебное пособие: М.: ИНФРА-М, 1999.
14. Матвеев Н.М. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учебное пособие. СПб.: Специальная литература, 1996.
15. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник / Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 1999.
16. Руководство к решению задач с экономическим содержанием по курсу высшей математики / Под ред. А.И. Карасева и Н.Ш. Кремера. М.: Экономическое образование, 1989.
17. Сборник задач по высшей математике / Под ред. А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича. Ч.1. М.: Наука, 1993.
18. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В. Математика в экономике: Учебник. В 2-х ч. Ч.1. М.: Финансы и статистика, 2000.
19. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. Математика в экономике: Учебник. В 2-х ч. Ч.2. М.: Финансы и статистика, 1999.

Содержание программы.

Раздел 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Тема 1.1. Основы аналитической геометрии и линейные пространства.

Определение и примеры линейных пространств. Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты, размерность линейного пространства. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов. Вычисление скалярного произведения векторов, заданных своими координатами. Вычисление длины вектора и расстояния между точками. Угол между векторами.

Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Уравнения прямой и плоскости в пространстве. Угол между плоскостями, прямыми, прямой и плоскостью.

Тема 1.2. Матрицы.

Матрицы и арифметические операции с матрицами. Понятие определителя n-го порядка.. Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков. Свойства определителей и способы их вычисления. Элементарные преобразования матрицы. Ранг системы векторов, ранг матрицы и способы их вычисления.

Тема 1.3. Системы линейных уравнений.

Системы линейных неоднородных уравнений. Критерий совместности. Системы линейных однородных алгебраических уравнений, теорема о размерности пространства решений. Условия существования нетривиального решения однородной системы линейных алгебраических уравнений. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса и методом Крамера. Существование и нахождение обратной матрицы, матричные уравнения.

Тема 1.4. **Собственные векторы и собственные значения матриц**.

Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.

Применение элементов линейной алгебры в экономике: модель Леонтьева многоотраслевой экономики, модель международной торговли.

Раздел 2. Математический анализ. Функции одной переменной.

Тема 2.1. Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность.

Предел последовательности и предел функции. Основные теоремы о пределах. Порядок малости. Эквивалентные бесконечно малые функции и их использование при вычислении пределов.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций, непрерывность сложной функции. Точки разрыва функции и их классификация. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке: теорема о промежуточном значении, 1-я и 2-я теоремы Вейерштрасса.

Тема 2.2. Дифференциальное исчисление.

Производная функции в точке, ее геометрический, физический и экономический смысл. Дифференциал функции.

Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций. Логарифмическое дифференцирование. Производная обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Производная сложной функции. Неявно заданная функция и ее дифференцирование. Производная функции, заданной параметрически. Понятие о производных высших порядков.

Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Понятие эластичности функции.

Теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей 0/0 и ∞/∞. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Условия монотонности функций. Локальные экстремумы функций, необходимое и достаточное условие экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Выпуклые функции и теоремы об экстремумах выпуклых функций. Асимптоты кривых. Общая схема исследования функций и построения их графиков.

Приложения производных в экономической теории.

Тема 2.3. Интегральное исчисление.

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование простейших рациональных дробей.

Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл и его свойства. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование кусочно-непрерывных функций. Вычисление определенного интеграла методом замены переменной. Интегрирование по частям. Несобственный интеграл.

Раздел 3. Математический анализ. Функции нескольких переменных.

Тема 3.1. Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность.

Определение функции двух переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня. Обобщение на функции произвольного числа переменных.

Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Точки разрыва функций. Формулировка основных свойств функций, непрерывных в замкнутой ограниченной области.

Тема 3.2. Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление.

Частные производные функций многих переменных и их геометрический смысл. Дифференцируемость функций многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости. Первый дифференциал функции нескольких переменных и его применение в приближенных вычислениях. Частные производные сложной функции.

Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о перестановке порядка дифференцирования. Дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Тема 3.3. Экстремумы функций нескольких переменных.

Необходимое условие экстремума. Квадратичная форма и ее матрица. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра постоянства знака квадратичной формы. Достаточные условия максимума и минимума. Выпуклые функции многих переменных. Теоремы об экстремумах выпуклых функций.

Условный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа. Геометрическая интерпретация необходимого условия локального условного экстремума. Достаточное условие локального условного экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций нескольких переменных в замкнутой ограниченной области.

Функции нескольких переменных в задачах экономики. Оптимизационные задачи на основе производственных функций. Понятие о методе наименьших квадратов.

Раздел 4. Основы дифференциальных уравнений.

Дифференциальное уравнение первого порядка, поле направлений, интегральная кривая, задача Коши. Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Дифференциальное уравнение второго порядка, задача Коши. Системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Понятие устойчивости. Примеры моделей, описываемых системами дифференциальных уравнений.

Примерный вариант письменной зачётной работы по курсу.

1. Найдите ранг системы векторов и укажите какой-нибудь базис в этой системе векторов $\vec{a}_1 = (1;1;2)$, $\vec{a}_2 = (3;1;2)$, $\vec{a}_3 = (1;2;1)$, $\vec{a}_4 = (2;1;2)$.

2. Найдите значения параметров a, b и c, при которых матрицы A и B являются обратными:

$$A = \begin{pmatrix} a-1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & c-2 \\ 4 & b & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -8 & 3 & -6 \\ -4 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение: $\begin{pmatrix} 1 & -6 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -8 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}$.

4. Найдите фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений. Запишите ответ в векторном виде. $\begin{cases} x_1 - 22x_2 + x_3 + 250x_4 = 0 \\ 2x_1 - 44x_2 + 3x_3 + 180x_4 = 0 \end{cases}$.

5. Найдите собственные векторы и собственные значения матрицы: $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

6. Вычислите пределы, используя замены на эквивалентные $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+\sin(2x))}{\sin(3x)}$.

7. Напишите уравнение касательной к графику функции, заданной параметрически, в точке, соответствующей $t = t_0$: $y = 2t^2 - 3t + 1$, $x = -t^2 + 2t + 4$, $t_0 = 2$.

8. Найдите асимптоты к графикам функций $y = \dfrac{x}{x^2+1}$.

9. Найдите неопределенный интеграл $\int x\sin(3x)dx$.

10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3$, $y = x^2$, $x = -2$, $x = 1$.

11. Найдите производную функции $z = x^3y - 5xy^2 + 8$, по направлению $\vec{l} = (1;1)$ в точке $M(1;1)$.

12. Найдите вторые дифференциалы $z = e^{3x-2y}$.

13. Напишите ур-е касат. плоск-и и нормали к поверхности $z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$ в точке $(1;1;1)$.

14.Найдите локальные экстремумы функций $z = 2x + 8y - x^2 - 2y^2$**.**

15. Найдите условные локальные экстремумы функции $z = x^2 + y^2 + xy$ при $x^2 + y^2 = 2$.

16. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ в области, ограниченной осями координат и прямой $x + y + 3 = 0$.

Авторы программы **Логвенков С.А., Панфилов И.И.**